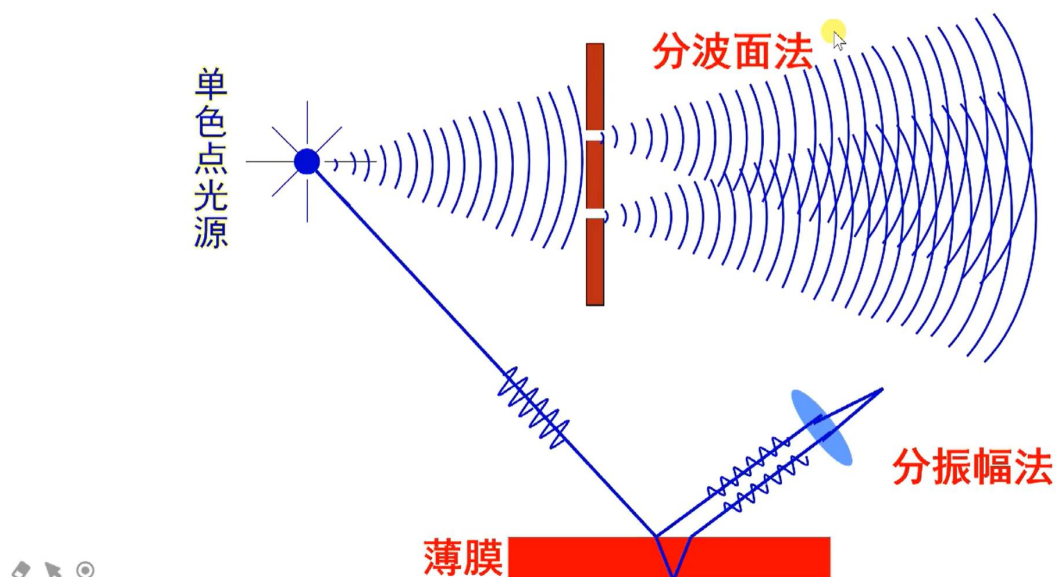


双缝干涉

一、 相关光

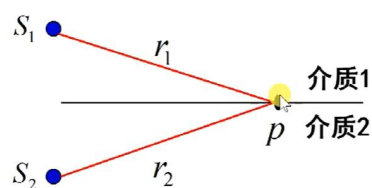
1. 获得相干光的两种方法是 分波阵面法，分振幅法。

获得相干光的方法——两种方法



二、 光程差

1. 光程差的定义



$$\begin{aligned} S_1: E_1 &= E_{10} \cos(\omega t + \varphi) \\ S_2: E_2 &= E_{20} \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi)$$

图中黑线是两个介质的分界面，考虑两个相关光源 S_1 , S_2 ，并且

为了方便起见，令 $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ ，在介质 1 中对应的光速为 u_1 ，在

介质 2 中对应的光速为 u_2 ，讨论 p 点的干涉情况

回答干涉问题，首先要考虑相位差

光源 S_1 引起 p 点的震动方程是 $E_{1p} = E_{10} \cos[(\omega(t - \frac{r_1}{u_1}) + \varphi)]$

光源 S_2 引起 p 点的震动方程是 $E_{2p} = E_{20} \cos[(\omega(t - \frac{r_2}{u_2}) + \varphi)]$

此时对应的相位差 $\Delta\varphi = \omega\left(\frac{r_2}{u_2} - \frac{r_1}{u_1}\right)$

介质的折射率与介质中所对应的光速的关系是 $n = \frac{c}{u}$

经过一系列化简，可以得到 $\Delta\varphi = \frac{\omega}{c}(n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{cT}(n_2 r_2 - n_1 r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$ ，其中 λ 是光在真空中的波长

相位差： $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 r_2 - n_1 r_1)$

我们把 nr 定义为光程 Δ

光在介质 1 中： $\Delta_1 = n_1 r_1 = \frac{c}{u_1} r_1 = ct_1$

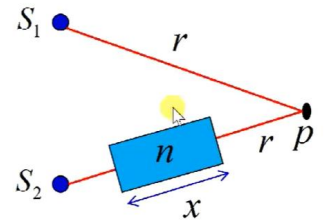
光在介质 2 中： $\Delta_2 = n_2 r_2 = \frac{c}{u_2} r_2 = ct_2$

其中 t_1, t_2 为光在对应介质中走的时间

光程差： $\delta = \Delta_2 - \Delta_1$

因此相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ (当 $\varphi_1 = \varphi_2$ 时)

例. 两相干光源 S_1, S_2 ，设 $\varphi_1 = \varphi_2$
求光程差



$\delta = \Delta_2 - \Delta_1$

$\Delta_1 = r \quad \Delta_2 = r - x + nx$

则 $\delta = (n - 1)x$

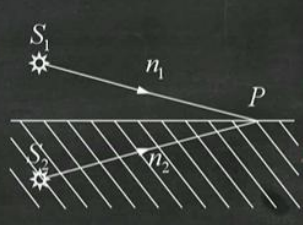
如图所示，两光源 S_1, S_2 ，发出波长为 λ 的单色光，分别通过两种介质（折射率分别为 n_1 和 n_2 ）射到介质的分界面上的 P 点，已知 $S_1P = S_2P = r$ ，则这两条光的几何路程 Δr ，光程差 δ 和相位差 $\Delta\varphi$ 分别是：()

A. $\Delta r = 0, \delta = 0, \Delta\varphi = 0$

B. $\Delta r = (n_2 - n_1)r, \delta = (n_2 - n_1)r, \Delta\varphi = \frac{2\pi(n_2 - n_1)}{\lambda}$

C. $\Delta r = 0, \delta = (n_2 - n_1)r, \Delta\varphi = 2\pi(n_2 - n_1)r$

☒ D. $\Delta r = 0, \delta = (n_2 - n_1)r, \Delta\varphi = \frac{2\pi(n_2 - n_1)r}{\lambda}$



光程: n_1r
光程差: $\delta = n_2r - n_1r = (n_2 - n_1)r$
相位差: $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi(n_2 - n_1)r}{\lambda}$

两道题类似

三、 杨氏双缝干涉

由于 S_1, S_2 由同一波阵面分解出来，因此 $\varphi_1 = \varphi_2$ 。

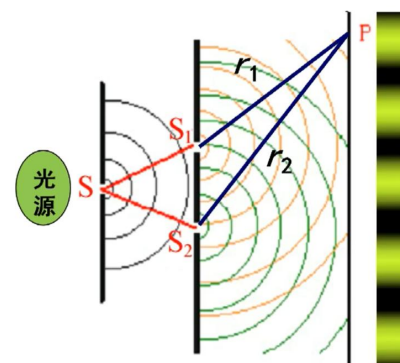
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \quad (\text{当 } \varphi_1 = \varphi_2 \text{ 时})$$

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm k\lambda \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

干涉极大（明）

$$\delta = r_2 - r_1 = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

干涉极小（暗）



杨氏双缝干涉问题的关键在于计算光程差。

解释一下

当 $\delta = \pm k\lambda$ 时， $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ 是干涉加强点

当 $\delta = \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2}$ 时， $\Delta\varphi = \pm(2k-1)\pi$ 是干涉减弱点

由于没有半波损失，中央条纹是亮条纹，所以干涉加强点的 k 可以从

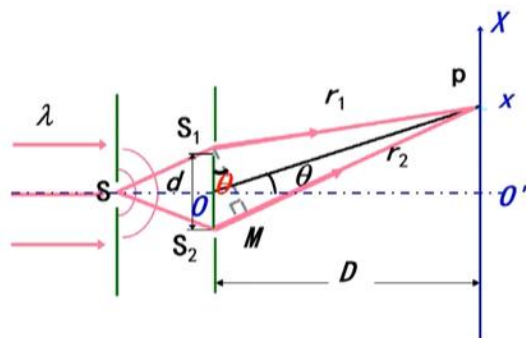
0 开始取，中央明条纹叫做第 0 条亮条纹

杨氏双缝光程差

$D \gg d$, θ 角小

$$\delta = r_2 - r_1 \approx S_2M = d \sin \theta$$

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{D}$$



干涉条件

$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm k \lambda \quad (k=0,1,2,\dots) \quad \text{明纹} \rightarrow \text{明条纹位置}$$

$$\delta = d \frac{x}{D} = \pm (2k-1) \frac{\lambda}{2} \quad (k=1,2,3,\dots) \quad \text{暗纹} \rightarrow \text{暗条纹位置}$$

干涉条纹在屏幕上的分布

1. 明纹: $x = \pm k \frac{D\lambda}{d} \quad (k=0,1,2,\dots)$

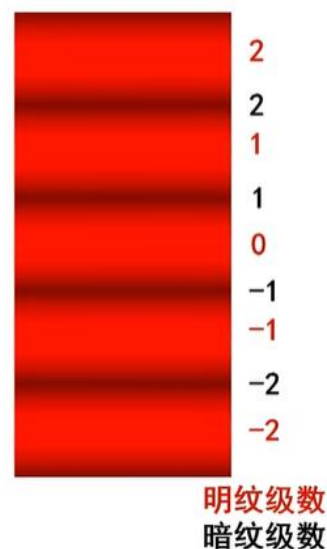
2. 暗纹: $x = \pm (2k-1) \frac{D\lambda}{2d} \quad (k=1,2,\dots)$

其中 k 称为条纹的级次

屏幕中央 ($k=0$) 为中央明纹

3. 相邻明纹或暗纹的间距

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{d} \lambda \quad \text{条纹为等间距分布}$$



总结:

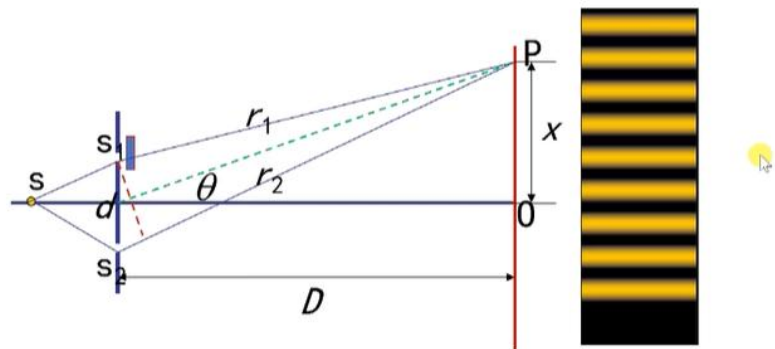
光程差: $\delta = \frac{d}{D} x$, x 是选取的点到中央明条纹之间的距离

相邻明(暗)条纹间距: $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$

第 k 条明纹位置: $x = \pm k \frac{D}{d} \lambda$

第 k 条暗纹位置: $x = \pm (2k-1) \frac{D}{2d} \lambda$

思考1：在缝后加一薄玻璃片，盖住上缝，观察条纹的移动情况



可以定性分析一下，由前面可知相邻明(暗)条纹间距： $\Delta x = \frac{D}{d} \lambda$

由于 D , d , λ 并未发生改变，所以相邻明(暗)条纹间距不变

但是光程差改变了，所以 p 点对应的条纹级次会发生变化

假设 p 点在加玻璃片前后均是明条纹，我们来比较加玻璃片前后这条明纹级次变化

不加：

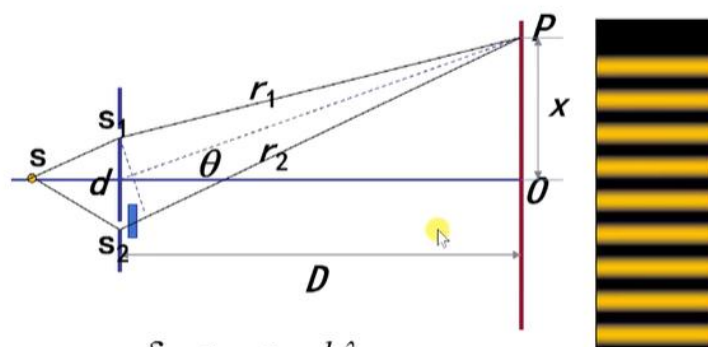
$$\delta = r_2 - r_1 = k \lambda$$

加了：

$$\delta' = r_2 - [(r_1 - e) + ne] = r_2 - r_1 - (n - 1)e = k' \lambda$$

由此可知 $k' < k$ 中央明纹上移

思考II:在缝后加一薄玻璃片，盖住下缝，观察条纹的移动情况



$$\delta = r_2 - r_1 = k\lambda$$

$$\delta' = (r_2 - e + ne) - r_1 = k'\lambda$$

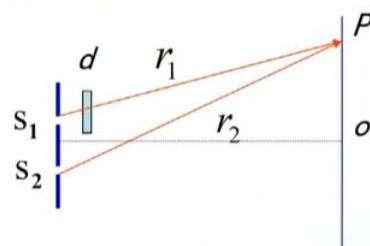
$$k' > k \quad \text{中央明纹下移}$$

下面来看两道例题

例 用薄云母片 ($n=1.58$) 覆盖在杨氏双缝的其中一条缝上，这时屏上的零级明纹移到原来的第七级明纹处。如果入射光波长为550nm，问云母片的厚度为多少？

解： 原七级明纹P点处

$$r_2 - r_1 = 7\lambda$$



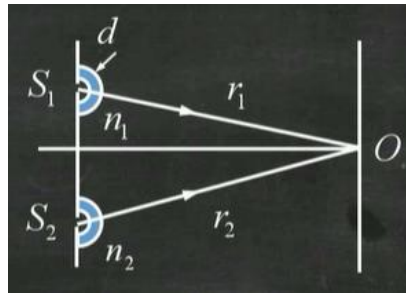
插入云母片后，P点为零级明纹

$$r_2 - (r_1 - d + nd) = 0 \quad \therefore \quad 7\lambda = d(n-1)$$

$$d = \frac{7\lambda}{n-1} = \frac{7 \times 550 \times 10^{-9}}{1.58 - 1} \text{ m} = 6.64 \times 10^{-6} \text{ m}$$

在图示的双缝干涉实验中，若用半圆筒形的薄玻璃片（折射率 $n_1=1.4$ ）覆盖缝 S_1 ，用同样厚度的玻璃片(折射率 $n_2=1.7$)覆盖缝 S_2 ，将使屏上原来未放玻璃时的中央明纹所在处变为第五级明纹，设单色光波长 $\lambda = 480\text{nm}$

求玻璃片的厚度 d 。



未覆盖前：

$$\delta = r_2 - r_1 = 0$$

覆盖后：

$$\delta = r_2 + (n_2 - 1) d - r_1 - (n_1 - 1) d = 5\lambda$$

$$\text{解得 } d = 8 \times 10^{-6}\text{m}$$